

# 射频电路课程作业三

## 模拟低通滤波器的设计

院(系)名称: 电子信息学院

专业名称: 电波传播与天线

学生姓名: 舒高峰

学号: 2011302180396

课程教师: 王才军

二〇一四年四月

# 目 录

<b>1 基本原理</b>	<b>1</b>
1.1 低通原型滤波器的设计 . . . . .	1
1.2 定标与转换 . . . . .	3
<b>2 滤波器设计</b>	<b>5</b>
<b>3 效果评估</b>	<b>7</b>
<b>4 一些疑惑</b>	<b>9</b>
<b>参考文献</b>	<b>11</b>

# 1 基本原理

## 1.1 低通原型滤波器的设计

低通原型滤波器的结构如图 1.1. 电路中的元件编号从信号源的内阻  $g_0$  到负载  $g_{N+1}$ , 信号源内阻  $R_G$  为 1. 图中(a)(b)两种结构给出同样的响应. 滤波器设计的任务

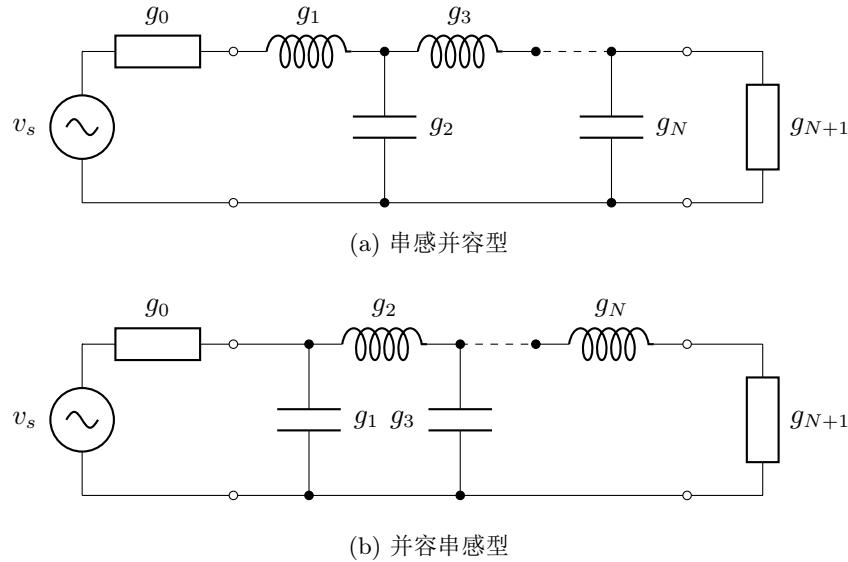


图 1.1: 低通原型滤波器的结构示意图

是确定  $g_1$  到  $g_{N+1}$  的取值. 微波网络综合法用来设计滤波器时, 整个滤波器看成是多级二端口网络的级联, 这些二端口网络是串联电感并联电容. 由微波网络理论, 整个级联网络的总转移参量矩阵  $[A]$  由各二端口网络转移参量矩阵连乘得到:

$$[A] = [A_1] \cdot [A_2] \cdots [A_N] \quad (1.1)$$

若  $[A]$  的四个元素为  $abcd$ , 则网络输入端输入阻抗及反射系数为

$$Z_{in} = \frac{ar_L + b}{cr_L + d}, \quad \Gamma = \frac{Z_{in} - 1}{Z_{in} + 1} \quad (1.2)$$

得到网络的衰减函数为:

$$P_{LR} = \frac{1}{1 - |\Gamma|^2} \quad (1.3)$$

最平坦响应滤波器也称二项式或 Butterworth 响应. 其衰减函数为:

$$P_{LR} = 1 + k^2 \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right)^{2N} \quad (1.4)$$

根据以上两式, 可以确定各元件的取值.

原则上, 可求出任意  $N$  阶低通原型滤波器的器件参数值. 但工程应用时,  $N$  过大不实际. 表 1.1 和表 1.2 列出了最平坦响应的低通原型滤波器以及 3 dB 等波纹低通原型滤波器 1 至 10 阶的元件参数值.

表 1.1: 最平坦响应低通原型滤波器元件参数( $N = 1$  至 10)

$N$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$	$g_{11}$
1	2.000	1.000									
2	1.414	1.414	1.000								
3	1.000	2.000	1.000	1.000							
4	0.7654	1.848	1.848	0.7654	1.000						
5	0.6180	1.618	2.000	1.618	0.618	1.000					
6	0.5176	1.414	1.932	1.932	1.414	0.5176	1.000				
7	0.4450	1.247	1.802	2.000	1.802	1.247	0.445	1.000			
8	0.3902	1.111	1.663	1.962	1.962	1.663	1.111	0.390	1.000		
9	0.3473	1.000	1.532	1.879	2.000	1.879	1.532	1.000	0.347	1.000	
10	0.3129	0.908	1.414	1.782	1.975	1.975	1.782	1.414	0.908	0.313	1.000

表 1.2: 3 dB 等波纹低通原型滤波器元件参数( $N = 1$  至 10)

$N$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$	$g_{11}$
1	1.9953	1.0000									
2	3.1013	0.5339	5.8095								
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.0000							
4	3.4389	0.7483	4.3471	0.5920	5.8095						
5	3.4817	0.7618	4.5381	0.7618	3.4817	1.0000					
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033	5.8095				
7	3.5182	0.7723	4.6386	0.8039	4.6386	0.7723	3.5182	1.0000			
8	3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	0.6073	5.8095		
9	3.5340	0.7760	4.6692	0.8118	4.7272	0.8118	4.6692	0.7760	3.5340	1.0000	
10	3.5384	0.7771	4.6768	0.8136	4.7425	0.8164	4.7260	0.8051	4.5142	0.6091	5.8095

滤波器阶数  $N$  不同, 衰减曲线也会不同. 图 1.2 所示是最平坦响应的低通原型滤波器至 15 阶时的衰减曲线, 图 1.3 所示是波纹为 3dB 的切比雪夫滤波器至 10 阶时的衰减曲线, 从图中看出, 阶数越大, 带外衰减越快. 在设计滤波器时, 先由滤波器技术参数尤其是带外抑制确定阶数  $N$ , 可以查看图 1.2 图 1.3, 也可由公式算出. 公式 1.5 可以算出最平坦响应滤波器的阶数, 其中  $A_p$ 、 $A_s$  分别为通带截止频率  $\omega_p$  和阻带截止频率  $\omega_s$  处所要求的 dB 衰减值.

$$N = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lg \left( \frac{10^{A_s/10} - 1}{10^{A_p/10} - 1} \right)}{\lg \frac{\omega_s}{\omega_p}} \quad (1.5)$$

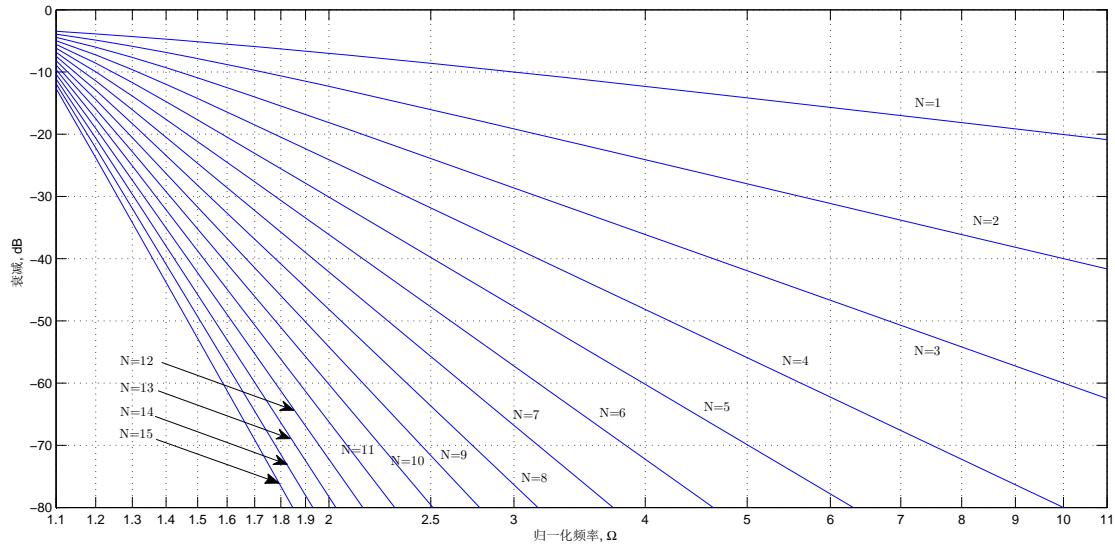


图 1.2: 最平坦响应的低通原型滤波器衰减特性曲线

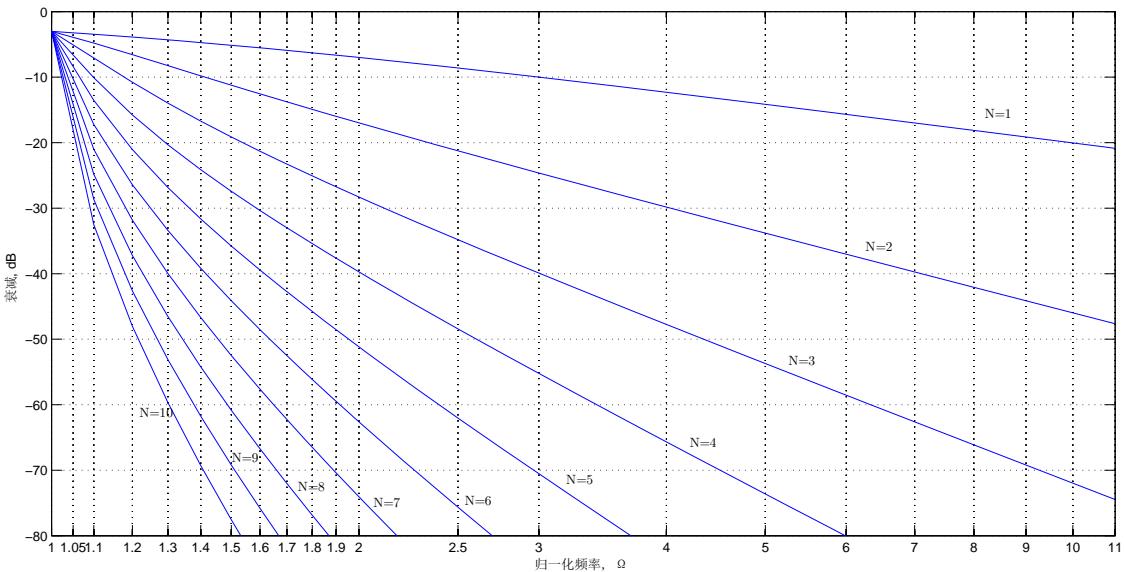


图 1.3: 波纹为 3 dB 的切比雪夫滤波器衰减特性曲线

然后由所得阶数查表 1.1 和表 1.2 得到低通原型参数, 最后再进行后续设计. 对于等波纹响应低通原型滤波器, 同样也可以通过衰减曲线确定滤波器阶数, 如图 1.3.

## 1.2 定标与转换

低通原型滤波器通过适当的阻抗及频率变换就可以得到所需要的实际滤波器, 包括低通、高通、带通、带阻滤波器. 若一个实际滤波器的源阻抗为  $R_G$  和要求的截止频率为  $\omega_c$ , 则低通原型滤波器的元件参数可以理解为对于  $R_G$  和  $\omega_c$  的归一化. 反过来, 通过原型滤波器转换后的实际低通滤波器的元件参数实际值为:

$$\tilde{L} = \frac{L \cdot R_G}{\omega_c}, \quad \tilde{C} = \frac{C}{\omega_c \cdot R_G} \quad (1.6)$$

其中  $L$ 、 $C$  为原型低通滤波器中  $g_k$  的值,  $\tilde{L}$ 、 $\tilde{C}$  为定标转换后的实际值. 事实上, 还可以通过原型低通滤波器得到实际高通、带通、带阻滤波器, 这里不加以讨论.

## 2 滤波器设计

图 2.1 为 AD9912 的基本结构图, 滤波器的输入端和输出端分别连接 DAC\_OUT 和 FDBK\_IN 两端口.

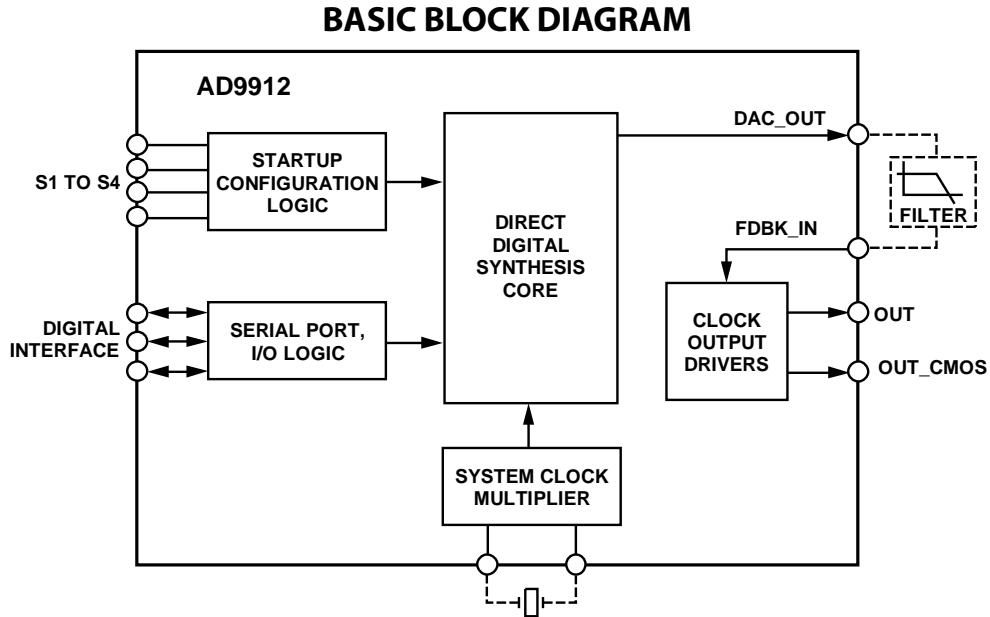


图 2.1: AD9912的基本结构图

查阅AD9912 Datasheet 可知 DAC\_OUT 输出电阻为  $50\Omega$ , 即滤波器的源阻抗为  $50\Omega$ . 又知 AD9912 系统最高时钟频率为 1 GHz, 转换效率最大为 40%, 即得到低通滤波器的截止频率为 400 MHz, 设计要求为需保证在 500 MHz 处信号衰减 40 dB.

由条件可知归一化频率为 1.25, 查看图 1.2 归一化频率 1.25 对应衰减的曲线没有能够达到 40 dB 的. 再根据已知条件及相关参数, 将  $\omega_p = 2\pi \cdot 400 \text{ MHz}$ 、 $\omega_s = 2\pi \cdot 1 \text{ GHz}$ 、 $A_p = 3 \text{ dB}$ 、 $A_s = 60 \text{ dB}$  代入公式 1.5 中, 可求得精确解

$$N = \frac{1}{2} \cdot \frac{\lg \left( \frac{10^{40/10}-1}{10^{3/10}-1} \right)}{\lg \frac{500}{400}} \approx 20.65 \quad (2.1)$$

由于阶数太高, 实际电路很难实现, 因此最平坦响应滤波器不符合设计要求. 同样, 观察图 1.3 可知要实现设计要求至少为 8 阶切比雪夫滤波器<sup>1</sup>. 取  $N = 8$ . 根据  $N = 8$  查表 1.2 得表 2.1. 再根据  $R_G = 50\Omega$ 、 $\omega_c = \omega_p = 2\pi \cdot 400 \text{ MHz}$  以及表 2.1 中的参数代入定标转换公式 1.6 中得到元件的实际值, 如表 2.2 所示.

<sup>1</sup> 在 MATLAB 中输入命令: `cheb1ord(400e6*2*pi, 500e6*2*pi, 3, 40, 's')` 同样得到  $N = 8$  的结果.

表 2.1: 8 阶 3 dB 等波纹原型低通滤波器参数

$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$
3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	0.6073	5.8095

表 2.2: 8 阶 3dB 等波纹低通滤波器元件参数(采用串感并容方式)

$L_1$	$C_2$	$L_3$	$C_4$	$L_5$	$C_6$	$L_7$	$C_8$	$R_L$
70.18nH	6.163pF	92.66nH	6.437pF	93.48nH	6.381pF	89.50nH	4.833pF	290.48 $\Omega$

根据表 2.2, 画出实际电路图及相应元件的参数如图 2.2.

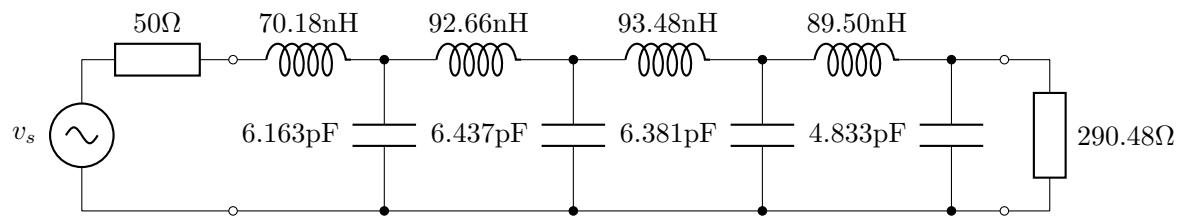


图 2.2: 实际滤波器

### 3 效果评估

为了验证滤波器设计的合理性, 现根据已得到的电路图, 画出输入端的衰减响应曲线. MATLAB 代码如下:

```
1 %Attenuation of the 8 order lowpass 3dB Chebyshev filter
2 clear;clc;
3 w=2*pi*1e6*(0:1:1000);
4 RG=50;RL=290.48;
5 L1=70.18e-9*w*1i;C2=1./(w*6.163e-12*1i);
6 L3=92.66e-9*w*1i;C4=1./(w*6.437e-12*1i);
7 L5=93.48e-9*w*1i;C6=1./(w*6.481e-12*1i);
8 L7=89.50e-9*w*1i;C8=1./(w*4.833e-12*1i);
9 Z=[L1;C2;L3;C4;L5;C6;L7;C8];
10
11 Zin=RL;
12 for k=0:2:6
13     Zin=Zin.*Z(8-k,:)./(Z(8-k,:)+Zin)+Z(7-k,:);
14 end
15 Gamma=(Zin-RG)./(Zin+RG);
16 P=-10*log10(1-power(abs(Gamma),2));
17
18 plot(w/2/pi,P,'-b',w/2/pi,3,'-m');grid;
19
20 title('Attenuation of the 8 order lowpass 3dB Chebyshev filter');
21 axis([200e6 700e6,0 80]);
22 set(gca,'XTick',1e6*[200:100:700]);
23 set(gca,'XTickLabel',{'200','300','400','500','600','700'});
24 xlabel('Freq,MHz');ylabel('Attenuation,dB');
```

该滤波器的衰减曲线如图 3.2. 从图中可以看出, 在 500 MHz 处衰减超过 40 dB, 满足设计要求.

将图 2.2 中元件参数换成市场上实际的元件标称值, 如表 3.1 所示. 实际滤波器电路图如图 3.1.

同时画出理论值与实际值的衰减曲线, 如图 3.3 所示. 可以看出, 两者十分接近. 因此, 该低通滤波器设计成功.

表 3.1: 8 阶 3dB 等波纹低通滤波器元件实际参数值

$L_1$	$C_2$	$L_3$	$C_4$	$L_5$	$C_6$	$L_7$	$C_8$	$R_L$
68nH	6.2pF	100nH	6.2pF	100nH	6.2pF	100nH	4.7pF	294 Ω

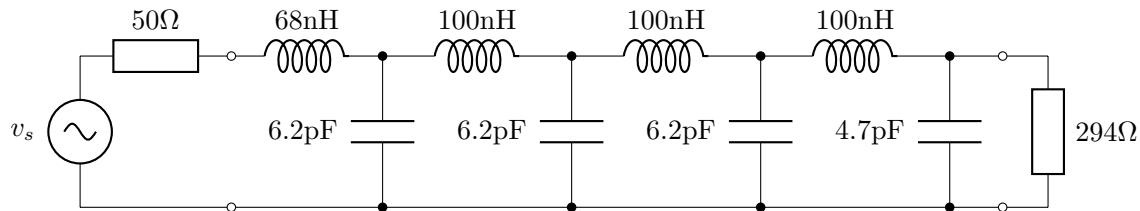


图 3.1: 元件值为标称值的电路图

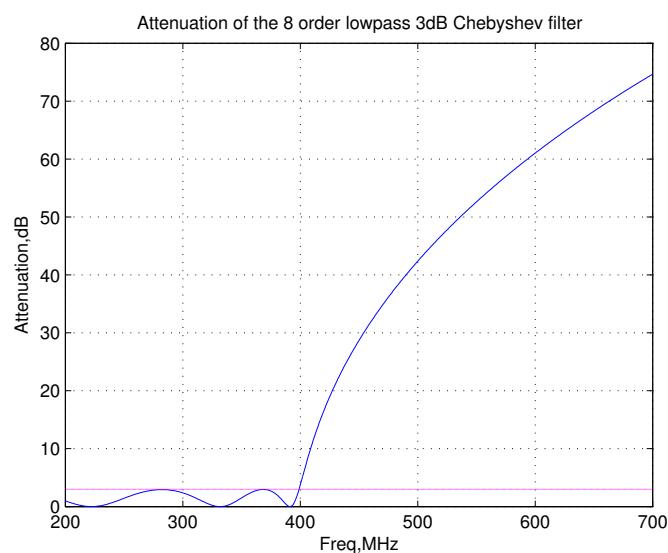


图 3.2: 设计的滤波器衰减曲线

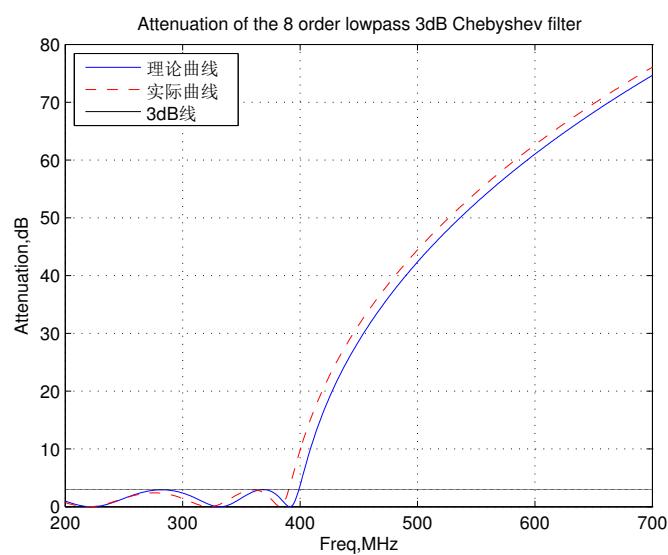


图 3.3: 实际与理论衰减曲线

## 4 一些疑惑

在做这次作业的时候, 我遇到了一些疑惑. 滤波器是一种双口网络, 有源有负载. 我在设计滤波器的时候, 把 AD9912 的 DAC\_OUT 端作为滤波器的输入端, DAC\_OUT 端作为输出端. 由 AD9912 Datasheet 可以查到, DAC\_OUT 的输出电阻为  $50\Omega$ , 那么把这  $50\Omega$  的电阻看做滤波器的源电阻, 我想应该没什么问题. 既然如此, FDBK\_IN 作为负载端, 其也有自身的输入电阻, 查得是  $22k\Omega$ .

然而, 在我们设计滤波器的时候, 负载电阻是一同被设计的, 即  $g_{N+1}$ , 设计出来的  $g_{N+1}$  显然不等于  $22k\Omega$ . 这样的话, 那么我们是以负载为  $g_{N+1}$  设计出来的滤波器, 应用于实际负载为  $22k\Omega$  的电路中, 这样做是否合理?

为了得到直观的感受, 我用 MATLAB 画出了以  $22k\Omega$  为负载的滤波器衰减曲线, 如图 4.1 所示, 显然此时在通带也是有一定衰减的, 这不是我们希望看到的. 同时 Datasheet 中表明, DAC\_OUT 端和 FDBK\_IN 端存在一定的电容, 设计的过程中是否也需要考虑?

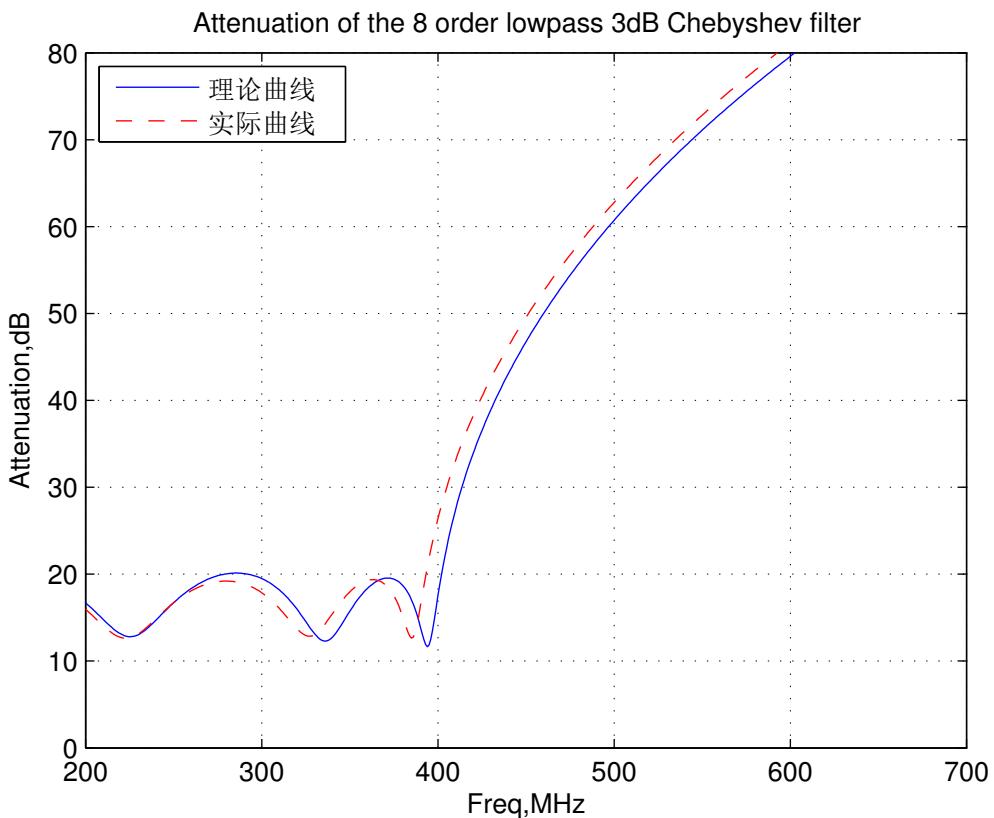


图 4.1: 实际负载的曲线图

# 参考文献

- [1] 陈章友. 射频电路[M]. 讲义. 武汉: 武汉大学, 2012: 40 - 44.
- [2] [美] Sanjit K. Mitra, 余翔宇译. 数字信号处理[M]. 第四版. 北京: 电子工业出版社, 2012: 612 - 614.